

Lösungsblatt 4 zur Experimentalphysik I



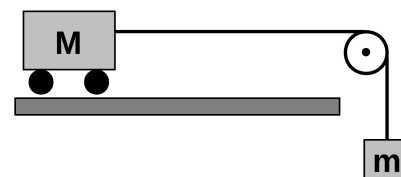
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Sommersemester 2014 - Übungsblatt 4

Aufgabe 4.1 Luftkissenschiene

(Präsenzaufgabe)

Ein Wagen der Masse $M = 200 \text{ kg}$ wird durch die Fallbeschleunigung eines Massestücks m bewegt. M und m sind durch ein Seil verbunden das über eine Umlenkrolle läuft. Der Aufbau ist aus der Vorlesung bekannt (Demonstration: Luftkissenschiene). Wie groß ist die Masse m , wenn der Wagen nach Durchlaufen der Strecke $s = 12 \text{ m}$ die Geschwindigkeit $v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ hat?



Lösung:

Die Änderung der potentiellen Energie des Massestücks führt zu einer Zunahme der kinetischen Energie des Massestücks, sowie des Wagens. Auf Grund von Energieerhaltung gilt

$$E_{pot} = E_{kin}.$$

Die Höhendifferenz von m entspricht dem zurück gelegten Weg von M . Somit gilt

$$E_{pot} = mgs$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(m + M)v^2$$

und demnach

$$mgs = \frac{1}{2}(m + M)v^2$$

$$m = \frac{Mv^2}{2gs - v^2} = 23,76 \text{ kg}.$$

Aufgabe 4.2 Kiste mit Reibung

(Präsenzaufgabe)

Eine Kiste der Masse $m = 10^3 \text{ kg}$ soll auf ein Podest der Höhe $h = 2 \text{ m}$ befördert werden. Dies kann auf zwei unterschiedlichen Wegen geschehen:

- Durch anheben.
- Durch schieben auf einer geneigten Ebene mit $\theta = 20^\circ$ und $\mu_k = 0,3$.

Wie groß ist die benötigte Energie?

Lösung:

Im Fall a) muss lediglich die potentielle Energie aufgewendet werden:

$$E = E_{pot} = mgh = 19,62 \text{ J}.$$

Im Fall b) muss zusätzlich die Energie E_k aufgewendet werden um die Gleitreibung zu überwinden. Es gilt

$$E_k = f_k s$$

mit der Gleitreibung

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \cos \theta$$

und der zurückgelegten Strecke

$$s = \frac{h}{\sin \theta}.$$

Somit berechnet sich die aufzuwendende Energie zu

$$E = E_{pot} + E_k = mgh + mg\mu_k \cos \theta \frac{h}{\sin \theta} = mgh \left(1 + \frac{\mu_k}{\tan \theta} \right) = 35,79 \text{ kJ}.$$

Übungsblatt 4 zur Experimentalphysik I

Name, Vorname: _____ Matrikelnummer: □□□□□□□□

Aufgabe 4.3 Flugzeug am Seil

(Präsenzaufgabe)

Ein Flugzeug der Masse $m = 0,9 \text{ kg}$ wird von einem Seil gehalten und fliegt mit der Geschwindigkeit $v_1 = 22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf einer horizontalen Kreisbahn mit Radius $r_1 = 16 \text{ m}$. Das Halteseil wird auf einen Radius von $r_2 = 14 \text{ m}$ eingezogen, wodurch das Flugzeug beschleunigt. Die Zugkraft im Seil vervierfacht sich. Welche Arbeit wurde verrichtet?

Lösung:

Auf Grund von Energieerhaltung gilt

$$E_{kin_1} + W = E_{kin_2},$$

wobei die verrichtete Arbeit W bestimmt werden soll:

$$W = E_{kin_2} - E_{kin_1} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

Die Zugkraft am Seil ist durch die Zentripetalkraft gegeben:

$$F_i = \frac{mv_i^2}{r_i}$$

Aus der Bedingung $F_2 = 4F_1$ kann die Geschwindigkeit v_2 bestimmt werden:

$$v_2 = 2v_1\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$$

Somit kann die Arbeit W berechnet werden:

$$W = \frac{1}{2}mv_1^2\left(4\frac{r_2}{r_1} - 1\right) = 544,5 \text{ J}$$

Aufgabe 4.4 Gleichmäßig beschleunigtes Auto 1

(2 Punkte)

Ein Auto der Masse $m = 1200 \text{ kg}$ fährt gleichmäßig beschleunigt an und legt in den ersten 10 Sekunden die Wegstrecke $s = 150 \text{ m}$ zurück. Berechnen Sie die mechanische Arbeit, die der Motor dabei verrichtet.

Lösung:

Die verrichtete Arbeit beträgt

$$W = Fs = mas.$$

Für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung gilt

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

und somit

$$W = \frac{2ms^2}{t^2} = 540 \text{ kJ}$$

Übungsblatt 4 zur Experimentalphysik I

Name, Vorname: _____ Matrikelnummer: □□□□□□□□

Aufgabe 4.5 Skiabfahrt

(4 Punkte)

Ein Skifahrer erlangt bei einer $s = 100$ m langen Schussfahrt mit $h = 40$ m Höhenunterschied eine Endgeschwindigkeit von $v = 68,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Berechnen Sie den Gleitreibungskoeffizienten μ_k .

Lösung:

Die Differenz der potentiellen Energie am Anfang und der kinetischen Energie am Ende wurde in Reibungsarbeit umgewandelt. Es gilt

$$W = E_{pot} - E_{kin}$$

mit

$$W = \mu_k F_N s = \mu_k m g \cos \theta s = \mu_k m g \sqrt{s^2 - h^2}$$

und

$$E_{pot} - E_{kin} = mgh - \frac{1}{2}mv^2.$$

Somit berechnet sich der Gleitreibungskoeffizient zu

$$\mu_k = \frac{gh - \frac{1}{2}v^2}{g\sqrt{s^2 - h^2}} = 0,24$$

Aufgabe 4.6 Gleichmäßig beschleunigtes Auto 2

(4 Punkte)

Ein Auto der Masse $m = 1000$ kg wird auf einer Steigung von 5% in $t = 20$ s aus der Geschwindigkeit $v_1 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ auf die Geschwindigkeit $v_2 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ beschleunigt. Berechnen Sie

- die Beschleunigungsarbeit W_b
- die Arbeit W_f zur Überwindung des Fahrwiderstands $F_w = 300$ N
- die Hubarbeit W_h
- die gesamte aufzubringende Arbeit W_{ges}

Lösung:

- Die Beschleunigungsarbeit W_b errechnet sich aus der Differenz der kinetischen Energien vor und nach dem Beschleunigungsvorgang:

$$W_b = E_{kin_2} - E_{kin_1} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = 150 \text{ kJ}$$

- die Arbeit W_f zur Überwindung des Fahrwiderstands F_w ergibt sich aus der angegebenen Kraft multipliziert mit dem zurück gelegten Weg s . Für s gilt

$$s = \bar{v}t = \frac{v_1 + v_2}{2}t = 300 \text{ m.}$$

Damit ist die gesuchte Arbeit

$$W_f = F_w s = F_w \frac{v_1 + v_2}{2}t = 90 \text{ kJ.}$$

Übungsblatt 4 zur Experimentalphysik I

Name, Vorname: _____ Matrikelnummer: □□□□□□□□

c) für die Hubarbeit W_h gilt

$$W_h = mgh = mgs \sin \theta$$

mit

$$\theta = \arctan\left(\frac{5\%}{100}\right) = 2,86^\circ$$

berechnet sich die Hubarbeit zu $W_h = 147,15 \text{ kJ}$

d) Die gesamte aufzubringende Arbeit W_{ges} ergibt sich einfach aus der Summe der zuvor berechneten Arbeiten:

$$W_{ges} = W_b + W_f + W_h = 387,15 \text{ kJ}$$

Aufgabe 4.7 Kraft und Potential

(2 Punkte)

Die potentiellen Energie eines Systems sei gegeben durch

$$E_{pot}(x) = -\frac{ax}{b^2 + x^2},$$

wobei a und b Konstanten sind. Bestimmen Sie die Kraft F als Funktion von x .

Lösung:

Im Allgemeinen gilt $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_{pot}$. Hier handelt es sich um ein eindimensionales Problem. Demnach gilt

$$F(x) = -\frac{d}{dx}E_{pot}(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{ax}{b^2 + x^2}\right) = \frac{a(b^2 + x^2) - 2ax^2}{(b^2 + x^2)^2} = \frac{ab^2 - ax^2}{(b^2 + x^2)^2} = \frac{a(b^2 - x^2)}{(b^2 + x^2)^2}.$$

Aufgabe 4.8 Freier Fall und Feder

(4 Punkte)

Ein Ball der Masse $m = 2,6 \text{ kg}$ startet aus der Ruhe heraus und fällt vertikal eine Strecke von $h = 55 \text{ cm}$, bevor er auf eine vertikal gerichtete, entspannte Feder trifft, die er um $d = 15 \text{ cm}$ zusammendrückt. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Balls unmittelbar vor dem Auftreffen auf die Feder, sowie Federkonstante k .

Lösung:

Die potentielle Energie des Balls am Ausgangspunkt wird bis zum Auftreffen auf die Feder in kinetische Energie umgewandelt. Es gilt $E_{kin} = E_{pot}$ bzw. $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ und somit

$$v = \sqrt{2gh} = 3,28 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Wenn der Ball die Feder zusammendrückt, wirken zwei konservative Kräfte auf den Ball. Die Schwerkraft sowie die Federkraft. Ist die Feder um den maximalen Wert d zusammengedrückt, liefert der Energiesatz

$$mg(h + d) = \frac{1}{2}kd^2$$

und somit

$$k = \frac{2mg}{d^2}(h + d) = 1587 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$